TEMEL KAVRAMLAR:

Rakam: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sayı: Rakamların biraraya getirilmesiyle oluşan sistemlerdir.

$2, 73, -11, \frac{7}{9}, \frac{1}{3}, \ldots$

Sayı kümeleri:

- **Sayma sayıları:** $S = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
- **Doğal sayılar:** $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$
- **Tam sayılar:** $Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

$Z^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$

$Z^- = \{\ldots -4, -3, -2, -1\}$

$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$

"Sıfırın işareti yoktur."

- **Rasyonel sayılar:**

$Q = \{ a, b \in Z, b \neq 0$ için $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan sayılardır$\}$

$-\frac{3}{5}, 2, \frac{1}{4}, -3,$ ~~$\frac{\sqrt{2}}{3}$~~$, 0{,}2, \ldots$

- **İrrasyonel sayılar:** Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir. (Q')

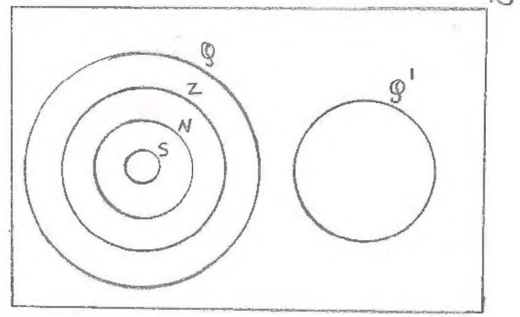
$\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{7}, \pi, e, \ldots$

- **Reel sayılar:** $\mathbb{R} = Q \cup Q'$

Sayı doğrusundaki tüm sayılardır.

- **Karmaşık sayılar:**

$C = \{$ Koordinat düzlemi üzerindeki tüm sayılardır$\}$



Tam sayı çeşitleri:

- **Çift sayı:** $n \in Z$ için $2n$ şeklinde yazılan sayılardır.

$\{\ldots -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots\}$

- **Tek sayı:** $n \in Z$ için $2n-1$ ile ifade edilen sayılardır.

$\{\ldots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}$

Tek sayı: T
Çift sayı: Ç

- $Ç \pm T = T$
  $T \pm Ç = T$
  $T \pm T = Ç$
  $Ç \pm Ç = Ç$

- a, b, c birer tam sayı iken

a . b → tek
↓ ↓
T T

a . b . c → tek
↓ ↓ ↓
T T T

a . b → çift
↓ ↓
T Ç
Ç T
Ç Ç

- Çift bir sayının bütün kuvvetleri çift değildir.

  2 ve −2 çift ama $2^{-2} = \frac{1}{4}$ çift değildir.

- $n \in N^{+}$ olmak üzere $Ç^{n} = Ç$ tir.

- $n \in N$ olmak üzere $T^{n} = T$ dir.

! $a \in Z$ iken a^{2} çift ise a nın kesinlikle çift olduğunu söyleyebiliriz.

Fakat a nın tam sayı olduğu belirtilmediyse a çift olmayabilir.

$a^{2} = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$ çift değildir.

1) a, b, c çift sayılar olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi her zaman çift sayıdır?

A) $\frac{a+b+c}{2}$ B) $a + \frac{b-c}{2}$ C) $\frac{a.b.c}{2}$

D) $a - \frac{b+c}{2}$ E) $\frac{a+b}{2} - c$

Cevap: C

2) 5x tek ise hangisi daima tektir?

A) x+5 B) x+6 C) 3x+2

D) 4x+8 E) 15x

Cevap: E

3) $x \in Z$ ve $x^{3} + 6x$ çift ise hangisi kesinlikle çifttir?

A) $4^{x} + x$ B) $x+5$ C) $x^{2} + x + 1$

D) $x^{x+1} - 1$ E) $x^{2} - 2$

Cevap: E

4) a, b, c çift tam sayılar ise hangisi daima çifttir?

A) $2^{a} + 2^{b}$ B) $\frac{a+b+c}{2}$ C) $\frac{a-c}{4}$

D) $\frac{a.b.c}{2}$ E) $a + \frac{b+c}{2}$

Cevap: D

5) a, b, c çift tam sayılar ise hangisi daima çifttir?

A) $a^{b} + 2$ B) $(a.b)^{c}$ C) $2^{a} + 2^{b} + 2^{c}$

D) $a^{2} + b^{2} - 3c$ E) $\frac{a+b+c}{2}$

Cevap: D

6) $x, y \in Z$, $3x+5$ tek ve $z = \frac{x+5y}{2}$ ise hangisi daima doğrudur?

A) z tektir B) x+z tek C) x+y tek

D) y çift E) x+y+z çift

Cevap: D

7) $a^{2} + 5$ çift ise hangisi daima çifttir?

A) 4a+2 B) a+5 C) $a^{3} + 7$

D) $3a^{2} + 7$ E) a^{2}

Cevap: D

8) a, b, c pozitif tam sayılardır.

$\frac{a.b - 1903}{2012} = c$ ise hangisi daima doğrudur?

A) a çift B) b^{a} çift C) a.b tek

D) a+b tek E) c tek

Cevap: C

9) a, b, c doğal sayılar ve

$a + 5b = 4c + 2$ olduğuna göre hangisi daima çifttir?

A) a.b B) b.c C) a+b

D) a+c E) b+c

Cevap: C

• Ardışık tam sayılar:

$n \in Z$ olmak üzere

$\{\ldots, n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, \ldots\}$

şeklinde ifade edilen sayılardır.

NOT: Ardışık tam sayılar arasındaki fark büyüklük sırası belirtilmediyse daima ± 1 dir.

10) $6n-5$ ile $5n+3$ sayıları ardışık tam sayı olduklarına göre n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$6n-5-[5n+3] = \pm 1$

$6n-5-5n-3 = \pm 1$

$n-8 = \pm 1$

$n-8=1 \Rightarrow n=9$ $\quad$ $n-8=-1 \Rightarrow n=7$

$9+7=16$

11) $3x-9$ ile $2x+7$ ardışık tek sayılardır. Buna göre x in alacağı değerlerin toplamı nedir?

$3x-9-[2x+7] = \pm 2$

$x-16 = \pm 2$

$x-16=2 \Rightarrow x=18$ $\quad$ $x-16=-2 \Rightarrow x=14$

$14+18=32$

12) $6n+3$ ile $2n-7$ ardışık iki tek sayı olduğuna göre n nin alacağı değerler toplamı nedir?

$6n+3-(2n-7) = \pm 2$

$4n+10 = \pm 2$

$4n+10=2$, $4n=-8 \Rightarrow n=-2$ $\quad$ $4n+10=-2$, $4n=-12 \Rightarrow n=-3$

$(-2)+(-3)=-5$

NOT: Ardışık sayıların toplamı verilirse toplam terim sayısına bölünerek ortanca sayı bulunur.

• terim sayısı tek ise:

_ _ _ _ _ (ortanca: ortadaki terim)

• terim sayısı çift ise:

_ _ _ _ | _ _ _ _ (ortanca: ortadaki iki terimin arası)

13) 5 in katı olan 5 tane tam sayının toplamı 125 ise büyük sayı kaçtır?

ortanca: $\frac{125}{5} = 25$

15 20 25 30 35

35 ⇒ büyük sayı

14) Ardışık 15 tek sayının toplamı 105 ise bu sayıların en büyük olanı ile en küçük olanı kaçtır?

ortanca: $\frac{105}{15} = 7$

-7 -5 -3 -1 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21

-7 ⇒ küçük, 21 ⇒ büyük

15) Ardışık 13 çift sayının toplamı 1690 ise en küçük olanı kaçtır?

ortanca $= \frac{1690}{13} = 130$

_ _ _ _ _ _ 130 _ _ _ _ _ _

↓ 118

16) Ardışık 12 tek tamsayının toplamı 96 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?

ortanca : $\frac{96}{12} = 8$

_ _ _ _ _ 7 | 9 11 13 15 17 19

8 ... 19 ⇓ büyük sayı

17) Ardışık 32 çift sayının toplamı 672 dir. Buna göre bu sayıların en küçük ikisinin toplamı nedir?

ortanca : $\frac{672}{32} = 21$

-10 -8 .... 20 ↓ 22 .... _ _

21

⇓ 15 tane geri

$15.(-2) = -30$ azalacak

$(-10) + (-8) = -18$

18) Ardışık 5 tek sayının toplamı A+20 ise en büyüğünün A cinsinden değeri nedir?

ortanca : $\frac{A+20}{5}$

_ _ _ $\frac{A+20}{5}$ $\frac{A+20}{5}+2$ $\frac{A+20}{5}+4$

⇓ ortanca ⇓ büyük = $\frac{A+40}{5}$

19) Ardışık 8 çift sayının toplamı m dir. Bu sayıların en büyüğü ile en küçüğünün toplamının m cinsinden değeri nedir?

$\frac{m}{8}-7$ $\frac{m}{8}-5$ $\frac{m}{8}-3$ $\frac{m}{8}-1$ | $\frac{m}{8}+1$ $\frac{m}{8}+3$ $\frac{m}{8}+5$ $\frac{m}{8}+7$

$\frac{m}{8}$

$\frac{m}{8} - 7 + \frac{m}{8} + 7 = \frac{2m}{8} = \frac{m}{4}$

NOT: Toplamları verilmediyse :

ardışık tam sayılarda $n, n+1, n+2, \ldots$

ardışık çift sayılarda $2n, 2n+2, 2n+4, \ldots$

ardışık tek sayılarda $2n+1, 2n+3, 2n+5, \ldots$

alınarak işlem yapılır.

20) Ardışık 5 tam sayının toplamı, bu sayıların en küçüğü ile en büyüğünün toplamının 3 katından 5 eksiktir. Buna göre en büyük sayı kaçtır?

$n, n+1, n+2, n+3, n+4$

$5n+10 = 3.(2n+4) - 5$

$5n+10 = 6n+12-5$

$5n+10 = 6n+7$

$\Rightarrow n = 3$

büyük sayı : $n+4 = 3+4 = 7$

21) Ardışık 6 çift sayıdan büyük olanı küçük olanının 2 katı olduğuna göre küçük sayı kaçtır?

$2n, 2n+2, 2n+4, 2n+6, 2n+8, 2n+10$

$2.(2n) = 2n+10$

$4n = 2n+10$

$2n = 10 \Rightarrow n = 5$

küçük sayı : $2n = 10$

22) Kareleri farkı 172 olan ardışık 2 çift tamsayının toplamı nedir?

$2n, 2n+2$

$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 172$

$\cancel{4n^2} + 8n + 4 - \cancel{4n^2} = 172$

$\frac{8n}{8} = \frac{168}{8}$

$n = 21$

$42, 44 \Rightarrow 42+44 = 86$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

NOT :

$1+2+3+4+\dots+n = \frac{n.(n+1)}{2}$

$2+4+6+\dots+2n = n.(n+1)$

$1+3+5+\dots+2n-1 = n^2$

ya da aşağıdaki iki formülü kullanarak hepsini hesaplayabiliriz.

$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk terim}}{\text{ortak fark}} + 1$

$\text{Terim toplamı} = \left(\frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2}\right).TS$

23) $10+12+14+\dots+50$ toplamı nedir?

$T.S = \frac{50-10}{2}+1 = 21$ terim var

$\text{Terim toplamı} = \left(\frac{50+10}{2}\right).21 = 30.21 = 630$

24) $10+15+20+\dots+95$ toplamı nedir?

$T.S = \frac{95-10}{5}+1 = \frac{85}{5}+1 = 17+1 = 18$

$T.T = \left(\frac{95+10}{2}\right).18 = 105.9 = 945$

25) $4.9+5.11+6.13+\dots+14.29$ toplamını oluşturan terimlerin ikinci çarpanı 2 şer azaltılırsa toplam ne kadar azalır?

$4.9+5.11+6.13+\dots+14.29$
$-/\ 4.7+5.9+6.11+\dots+14.27$

$4.2+5.2+6.2+\dots+14.2$

$=8+10+12+\dots+28$

$T.S = \frac{28-8}{2}+1 = 11$

$T.T = \left(\frac{28+8}{2}\right).11 = 198$

26) $3^2+4^2+5^2+\dots+14^2$ toplamının her bir teriminin tabanındaki sayı 1 arttırılırsa değeri kaç artar?

$4^2+5^2+6^2+\dots+14^2+15^2$
$-/\ 3^2+4^2+5^2+6^2+\dots+14^2$

$-3^2+15^2 = -9+225 = 216$

27) 70 sayfalık bir kitabı numaralandırmak için kaç tane rakam kullanılır?

$\underbrace{1\,2\,3\dots9}_{9\text{ rakam}}\ \underbrace{10\,11\dots70}$

$\frac{70-10}{1}+1 = 61$ sayı var

$61 \times 2 = 122$ rakam

$122+9 = 131$

28) 120 sayfalık bir kitabı numaralandırmak için kaç tane rakam kullanılır?

$\underbrace{1\,2\,3..9}_{9\text{ rakam}}\ \underbrace{10\,11\dots99}_{90\text{ sayı}}\ \underbrace{100\,101\dots120}_{21\text{ sayı}}$

$90.2 = 180$ rakam

$21.3 = 63$ rakam

$180+63+9 = 252$

29) $A = 123\dots57585960$ sayısında baştan 53. sırada hangi rakam vardır?

$\underbrace{1\,2\,3\dots9}_{9}\ \underbrace{10\,11\dots19}_{20}\ \underbrace{20\,21\dots29}_{20}\ 30\,3(1)\,32$

↓ 53. rakam

30) $123\dots110111$ sayısında baştan 90. sırada hangi rakam vardır?

$\underbrace{1\,2..9}_{9}\ \underbrace{10\dots19}_{20}\ \underbrace{20\dots29}_{20}\ \underbrace{30\dots39}_{20}\ \underbrace{40\dots49}_{20}\ (5)0$

↓ 90. rakam

NOT: a, b, c, ⋮, + ———— z

a ⟶
- en büyüğün en fazla olması için diğerleri en az olmalıdır.
- en küçüğün en az olması için diğerleri en büyük olmalıdır.
- en büyüğün en az ya da en küçüğün en fazla olması için sayılar birbirine yakın seçilmelidir.

31) Rakamları farklı 2 basamaklı ve birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 50 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

10 12 ___ = 50
⇓
28

32) Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı 4 farklı doğal sayının toplamı 3100 dür. Buna göre bu sayıların en küçüğü en az kaçtır?

987 986 985 ___ = 3100
⇓
142

33) İki basamaklı rakamları farklı 4 doğal sayının toplamı 101 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

10 10 10 ___ = 101
⇓
71

34) İki basamaklı rakamları farklı 4 farklı doğal sayının toplamı 101 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

10 12 13 ___ = 101
⇓
66 olmaz (rakamları aynı)

10 12 14 ___ = 101
⇓
65

35) 2 basamaklı üç farklı doğal sayının toplamı 232 ise bu sayıların en büyüğü en az kaçtır?

232 | 3
-21 | 77
022
-21
1

~~77~~, 77, 77

76, 77, (79)
en büyük en az

~ Değer verme Soruları ~

36) a, b, c birbirinden ve sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere $3a - 4c + 4b$ ifadesinin olacağı en büyük değer kaçtır?

$3a - 4c + 4b = 24 - 4 + 36 = 20 + 36 = 56$
(a → 8, c → 1, b → 9)

37) x, y, z birer rakam ise $5x - 6y + z$ ifadesinin alacağı en büyük değer kaçtır?

$5x - 6y + z = 45 - 0 + 9 = 54$
(x → 9, y → 0, z → 9)

38) a, b, c birer doğal sayı $a.b = 24$ ve $b.c = 50$ ise $a+b+c$ en fazla kaçtır?

$a.b = 24$ (a → 24, b → 1) $b.c = 50$ (b → 1, c → 50)

$24 + 50 + 1 = 75$

39) a, b, c birer tam sayı $a.b = 24$ ve $b.c = 50$ ise $a+b+c$ en az kaçtır?

$a.b = 24$ (a → -24, b → -1) $b.c = 50$ (b → -1, c → -50)

$-24 - 1 - 50 = -75$

40) a ve b tam sayı

$a.b = 3a + 11$ ise b nin alacağı pozitif değerler toplamı nedir?

• her taraf a ya bölünürse

$b = 3 + \frac{11}{a}$ → a → 1, 11, −1, −11

- $a = 1$ için $b = 14$
- $a = 11$ için $b = 4$
- $a = -1$ için ~~$b = -8$~~
- $a = -11$ için $b = 2$

$14 + 4 + 2 = 20$

41) $a, b \in Z^-$

$a.b - 12 = 3b$ ise a nın alacağı değerler toplamı nedir?

• her taraf b ye bölünürse

$a - \frac{12}{b} = 3 \Rightarrow a = 3 + \frac{12}{b}$ → b → −1, −2, −3, −6, −12

- $b = -1$ için $a = -9$
- $b = -2$ için $a = -3$
- $b = -3$ için $a = -1$
- $b = -6$ için ~~$a = 1$~~
- $b = -12$ için ~~$a = 2$~~

$-9 - 3 - 1 = -13$

42) $a, b \in Z^+$

$2a + 3b = 40$ şartını sağlayan kaç tane (a,b) ikilisi vardır?

$2a + 3b = 40$

a	b
~~20~~	~~0~~
17	2
14	4
11	6
8	8
5	10
2	12
~~−1~~	~~14~~

6 tanedir.

43) $a, b \in N$

$3a + 5b = 60$ ise a nın alacağı değerler toplamı nedir?

$3a + 5b = 60$

a	b
20	0
15	3
10	6
5	9
0	12

a nın değerleri toplamı: 50

44) x ve y birer tam sayı ve

$x.y = 90$ ise $x+y$ en az ve en fazla kaç olur?

$x.y = 90$

$1.90 \Rightarrow 91$ (en fazla)

$-1.-90 \Rightarrow -91$ (en az)

45) x ve y birer doğal sayı ve

$x.y = 90$ ise $x+y$ en az ve en fazla kaçtır?

$x.y = 90$

$1.90 \Rightarrow 91$ (en fazla)

$9.10 \Rightarrow 19$ (en az)

46) a ve b birer doğal sayı ve

$a + b = 40$ ise a.b en az ve en çok kaçtır?

$a + b = 40$

$0 + 40 \longrightarrow 0$ (en az)

$20 + 20 \longrightarrow 400$ (en fazla)

47) a ve b birbirinden ve sıfırdan farklı doğal sayılardır.

$a + b = 40$ ise a.b en az ve en fazla kaçtır?

$a + b = 40$

$1 + 39 \longrightarrow 39$ (en az)

$21 + 19 \longrightarrow 399$ (en fazla)

48) $\frac{5x+12}{x+1}$ ifadesi kaç tane x doğal sayı değeri için doğal sayıdır?

$5x+12 \mid x+1$
$-/ 5x+5 \quad 5$
7

$\frac{5x+12}{x+1} = 5 + \frac{7}{x+1}$ ⇒ 1, 7 olursa doğal sayı olur.

$x=0$, $x=6$ } 2 tanedir.

49) Rakamları farklı en küçük üç basamaklı doğal sayı ile 4 basamaklı en küçük doğal sayının toplamı nedir?

$102 + 1000 = 1102$

50) Rakamları farklı üç basamaklı en küçük pozitif tam sayı ile iki basamaklı en küçük negatif tam sayının farkı kaçtır?

$102 - (-99) = 201$

51) 3 basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayı ile 3 basamaklı en küçük tam sayının toplamı nedir?

$-102 + (-999) = -1101$

52) x, y, z birbirinden farklı doğal sayıdır.

$x+2y+3z = 80$ ise $x+y+z$ toplamı en fazla kaçtır?

$x+2y+3z = 80$
↓ ↓ ↓
78 1 0

$78+1+0 = 79$

53) a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$2a+5b+4c = 800$ ise a en fazla kaçtır?

$2a = 800 - [5b+4c]$ en az olmalıdır.

$5b+4c$
↓ ↓
2 1

$2a = 800 - (5b+4c)$

$a = 400 - \left(\frac{5b+4c}{2}\right)$ (b = 2, c = 1)

$= 400 - (7)$

$= 393$